

# 雲微物理を考慮した雨雲形成のビジュアルシミュレーション

## Visual Simulation of Rain Cloud Formation Taking into account Cloud Microphysics

楽 詠瀨<sup>†</sup> 岩崎 慶<sup>‡</sup> 陳 炳宇<sup>††</sup> 土橋 宜典<sup>‡‡</sup> 西田 友是<sup>†</sup>

Yonghao YUE<sup>†</sup> Kei IWASAKI<sup>‡</sup> Bing-Yu CHEN<sup>††</sup> Yoshinori DOBASHI<sup>‡‡</sup> and Tomoyuki NISHITA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 東京大学 <sup>†</sup> The University of Tokyo <sup>‡</sup> 和歌山大学 <sup>‡</sup> Wakayama University

<sup>††</sup> 国立臺灣大學 <sup>††</sup> National Taiwan University <sup>‡‡</sup> 北海道大学 <sup>‡‡</sup> Hokkaido University

E-mail: <sup>†</sup> {yonghao, nis}@nis-lab.is.s.u-tokyo.ac.jp, <sup>‡</sup> iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp

<sup>††</sup> robin@ntu.edu.tw, <sup>‡‡</sup> doba@ime.ist.hokudai.ac.jp

### 1. はじめに

リアルな雲の動きの生成は、コンピュータグラフィックス(CG)分野で重要な研究テーマの一つである。しかし、従来研究では降雨を伴う雲(雨雲)の形成は考慮されていない。雨雲は、積雲・積乱雲・乱層雲などの総称であり、さまざまな気象要因により生じる。熱帯では主に、強い上昇気流によって雨雲が形成される。また、日本のような中緯度帯では、前線などのように、温度分布に変化がある空間中を大気が主に水平方向に通過することによって雲が形成される。例えば、温暖前線では乱層雲などが雨をもたらす。降雨を経て軽くなった雲がさらに前線面に沿って上昇することにより、高い高度に薄い雲が生成される。これらの気象現象により、雲の密度分布・大気中の水蒸気分布や雨滴の大きさの分布は変化に富み、輪郭が明瞭なものから不明瞭なものまで、さまざまな雲が形成される。このように、降雨を伴う雲形成では、しばしばダイナミックで印象的な雲の動きが観測されるので、雨雲形成のビジュアルシミュレーションはCG分野では重要であると考えられる。

本研究では、気象学の分野で知られている雲微物理[1,2,3]を用いたモデルにより、降雨を伴う雲の形成をシミュレーションする。雲粒や雨粒はともに水滴であるが、雨粒は雲粒に比べて粒径が大きいため落下速度が速く、大気の流れから逸脱して地上に到達できる。このような水滴の大きさの違いは、雲微物理を用いて、凝結・蒸発・衝突などの過程をシミュレーションすることで得られる。また、圧縮性の気体モデルを用いることにより、大気密度変化や前線面での速度分布や温度分布などの急激な変化を扱う。本稿では、写実的なレンダリング方法は今後の課題とする。大気や雲をレンダリングする上で重要なレイリー散乱やミー散乱では、大気や雲の粒子の大きさや密度によって散乱係数や位相関数が異なる。そのため、シミュレーションにより得られた大

気や水滴などの空間的な分布は写実的なレンダリング結果を得る上で役に立つと考えられる。

### 2. 関連研究と本研究の位置づけ

CG分野での雲のシミュレーションに関する研究は、Kajiyaら[4]に始まり、物理ベースの手法として、セルオートマトンを用いた方法[5]、Coupled Map Latticeを用いた積乱雲のシミュレーション手法[6]や非圧縮性のNavier-Stokes方程式を解く方法[7,8]が提案されている。しかし、これらの手法では降雨過程は考慮されていない。

気象学の分野では、雲微物理[1]により雲のダイナミクスが記述できることが知られている。雲微物理を用いることにより、雲や雨を構成する水滴の挙動を知ることができる。具体的には、相転移に伴う水滴の蒸発や凝結、水滴の大きさによる落下速度の違いに関する実験式、水滴の衝突におけるダイナミクスが知られている。シミュレーションでは、大気と水蒸気を格子で扱うのが一般的である。一方、水滴を扱う代表的な方法としては、バルク法[9]、ビン法[10]やモンテカルロ法[11]が知られている。本手法では、水滴の扱いにおいて近年最も効率のよい方法の一つであるSuper droplet法[12]を用いた。

従来のCG分野における雲のシミュレーション手法と比較して、本研究では、雲微物理[1]に基づいて水滴の成長過程をシミュレーションすることで、降雨をもたらす雨雲の形成をシミュレーションできる。また、圧縮性気体モデルを用いることで、前線面を伴う雲形成の過程をシミュレーションできる。

### 3. 基本的考え方

本手法では、圧縮性気体モデルを用い、空気と水蒸気を格子ベースのモデルで扱う。また、水滴を粒子ベースのモデルで扱う(図1左参照)。格子には、Staggered-Grid(図1右参照)を用いる。すなわち、格子のエッジや面に速度を保存し、格子の中心に空気

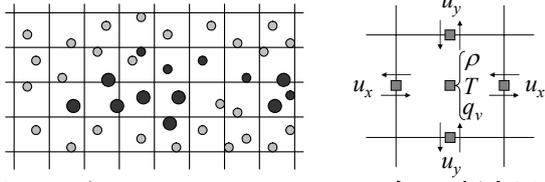


図 1 左: シミュレーションモデルの概念図。図中の丸はシミュレーション粒子を表し、大きさは水滴の半径を示し、色の濃さは水滴の個数を表す。右: Staggered-Grid の概念図。

の密度，温度，比湿(大気密度に対する水蒸気密度の割合)を保存する．各水滴はエアロゾルに水蒸気が吸着して成長を始める．各シミュレーション粒子は物理的な性質が同じである複数の水滴からなるグループを表し，位置，水滴半径，水滴の個数，エアロゾルの質量を保存する．また，水分がなくエアロゾルだけからなるグループも考慮する．水滴の成長過程では，凝結・蒸発のように相転移で起こる現象だけでなく，水滴同士の衝突を扱うことも重要である．雨粒のような大きな水滴が凝結過程だけから生じることがまれであり，降雨現象を扱うには衝突を考慮する必要がある．一般に水滴が十分小さい間は凝結・蒸発過程が支配的であり，大きな水滴では衝突過程が支配的となる．

本手法は，三つのシミュレーションブロックからなり，それらを並行に処理する．一つ目は，格子ベースで圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解くブロック(4節)である．二つ目は，水滴の凝結・蒸発・移動を扱うブロック(5節)である．三つ目は，水滴の衝突を計算するブロック(6節)であり，確率的モデル[12]を用いる．ブロック間の相互作用は次のとおりである．一つ目のブロックで計算された大気密度，温度，比湿をもとに，水滴の凝結・蒸発の計算に用いるパラメータが決定される．また，水滴の凝結・蒸発の計算の結果生じる比湿の変化や水滴の質量の変化は一つ目のブロックにフィードバックされ，比湿や外力が変化する．三つ目のブロックによって，水滴の半径が変化し，二つ目のブロックで計算される水滴の移動速度が変化する．

#### 4. 大気モデル

大気を表す物理量として，大気密度  $\rho$ ，温度  $T$ ，比湿  $q_v$ ，速度ベクトル  $\mathbf{u}$  を用いると，大気と水蒸気の支配方程式は下記のように表せる[1]．

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + (\rho + \rho_w) \mathbf{g} + \lambda \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = -\frac{L}{c_p \Pi} S_v + \lambda \nabla^2 \theta \quad (3)$$

$$P = \rho R_d T \quad (4)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) q_v = S_v + \lambda \nabla^2 q_v \quad (5)$$

これらの式は上から順に，運動量方程式，連続の式，温位の変化，気体の状態方程式，比湿の変化を表す．式中の定数や変数は次のとおりである．まず，定数については， $R_d$  は乾燥大気の大気定数 ( $287.05[\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$ )， $L$  は蒸発熱 ( $2.5 \times 10^6[\text{Jkg}^{-1}]$ )， $c_p$  は定圧比熱 ( $1005[\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$ )， $\Pi$  は Exner 関数，

$$\Pi = (P/P_0)^{(R_d/c_p)}$$

$P_0=1013\text{hPa}$ ， $\mathbf{g}$  は重力(鉛直下向きに  $9.8\text{ms}^{-2}$ )， $\lambda$  は拡散係数(1.5)を表す．次に変数については， $P$  は圧力， $\rho_w$  は水滴の密度， $\theta$  は温位，

$$\theta = T(P_0/P)^{(R_d/c_p)}$$

$S_v$  は凝結・蒸発過程における水蒸気供給量を表す．

変数  $\rho_w$  および  $S_v$  は粒子ベースの水滴のシミュレーションから与えられる変数である．式(1)中の  $\rho_w \mathbf{g}$  は，水滴の重さによって大気が鉛直下向きに引きずられる効果(下降流)を表し，式(3)中の  $(-LS_v/(c_p \Pi))$  は凝結・蒸発過程による温位の変化を表し，式(5)中の  $S_v$  は，凝結・蒸発過程によって水蒸気量に変化する様子を表す．

数値シミュレーションでは，式(1)，(2)，(3)および(5)中の項を移流項と非移流項にわけ，まず非移流項について計算した後，*Semi-Lagrange* スキームを用いて移流項を計算した．

#### 5. 水滴の凝結・蒸発・移動

各水滴を球として近似すると，凝結・蒸発における半径の変化率は，水滴の表面張力とエアロゾルの凝結核効果を考慮して次式で与えられる[1]．

$$\frac{dr}{dt} = \left( S - 1 - \frac{a}{r} + \frac{b}{r^3} \right) \frac{1}{r \rho_{\text{water}} \left[ \left( \frac{L}{R_v T} - 1 \right) \frac{L}{k_d T} + \frac{R_v T}{D_v e_s(T)} \right]}$$

ここで， $R_v$  は湿潤空気の大気定数 ( $461.51\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )， $D_v$  は空気中の水蒸気の拡散係数，

$$D_v = 2.11 \times 10^{-5} \times (T/273.15)^{1.94} \times (P_0/P)$$

$r$  は水滴の半径， $S$  は飽和比(飽和比湿に対する比湿の割合)， $a$  は表面張力効果を表す係数 ( $a=2\sigma/(R_v \rho_{\text{water}} T)$ )， $\sigma$  は表面張力)， $b$  はエアロゾルの凝結核効果を考慮した係数 ( $1.33 \times 10^{-4} \times M$ )， $M$  はエアロゾルの質量)， $k_d$  は乾燥空気の熱伝導率 ( $0.024$ )，

表 1 水滴の落下速度の算出に用いる係数 [1].

$b_0$ : -3.18657	$c_0$ : -5.00015
$b_1$ : 0.992696	$c_1$ : 5.23778
$b_2$ : -0.00153193	$c_2$ : -2.04914
$b_3$ : -0.000987059	$c_3$ : 0.475294
$b_4$ : -0.000578878	$c_4$ : -0.0542819
$b_5$ : 0.0000855176	$c_5$ : 0.00238449
$b_6$ : -0.00000327815	

$\rho_{water}$  は水の密度( $1000\text{kgm}^{-3}$ )を表し,  $e_s$  は飽和蒸気圧を表す.

格子ベースの大気モデルから得られる温度, 圧力, 比湿のパラメータを元に, 各水滴の半径変化を計算する.

水滴の落下速度  $U$  (鉛直下向きのスカラー)は, 水滴の半径に応じて変化する. 水滴が非常に小さい場合, 空気分子との衝突が無視できず, 小さければ小さいほど抵抗を受ける. また, 水滴が雨滴の大きさに成長すると, 水滴底面からの空気抵抗により減速される. こうした効果を考慮して, 半径の大きさに応じて次の三つの場合に分けて計算できる[1].

**a)0.5~10 $\mu\text{m}$  の水滴(小さな雲粒):**

$$U = C_{sc} \cdot 2r^2 g (\rho_{water} - \rho) / (9\eta_a)$$

ここで,  $C_{sc}$  は空気分子の平均自由行程  $\lambda_a$  を用いて,  $C_{sc} = 1 + 1.255\lambda_a/r$  と表され,  $g$  は重力加速度,  $\eta_a$  は空気の粘性係数であり,  $1.718 \times 10^{-4} [\text{gcm}^{-1}\text{s}^{-1}]$  である.

**b)10 $\mu\text{m}$ ~0.5mm の水滴(大きな雲粒, 小さな雨滴):**

$$U = \eta_a N_{Re} / (2\rho r)$$

ここで,  $N_{Re}$  はレイノルズ数で,

$$N_{D_a} = 32\rho(\rho_{water} - \rho)gr^3 / (3\eta_a^2)$$

により与えられるデービス数を用いて, 実験的に

$$N_{Re} = C_{sc} \exp\left(\sum_{k=0}^6 b_k (\ln N_{D_a})^k\right)$$

と表せる. 係数  $b_k$  は表 1 を参照されたい.

**c)0.5mm~3.5mm の水滴(雨滴):**

$$U = \eta_a N_{Re} / (2\rho r)$$

ここで, レイノルズ数  $N_{Re}$  は,

$$N_{B_o} = 16(\rho_{water} - \rho)gr^2 / (3\sigma)$$

で与えられるボンド数と

$$N_P = \sigma^3 \rho^2 / [\eta_a^4 (\rho_{water} - \rho)g]$$

により, 実験的に

$$N_{Re} = N_P^{1/6} \exp\left(\sum_{k=0}^5 c_k [\ln(N_{B_o} N_P^{1/6})]^k\right)$$

と表せる. 係数  $c_k$  は表 1 を参照されたい.

こうして計算される水滴の落下速度と大気の運動速度の合成方向に各水滴を移動する. 水滴の移動には, 3 次の TVD-RK (Total Variation Diminishing Runge Kutta)スキームを用いた.

水滴がシミュレーション領域外に出た場合, すなわち, 地面に雨滴が落下した場合や自由境界から水滴が流出した場合, 該当するシミュレーション粒子をシミュレーションから除外する. また, 各境界において, シミュレーション粒子の密度が閾値以下になった場合, エアロゾルのみからなるシミュレーション粒子を追加して, 各境界でのシミュレーション粒子の密度を一定に保つようにする.

## 6. 水滴の衝突

水滴同士の衝突をシミュレーションするため, 仮想的な一様グリッドを設定し, 各格子内のシミュレーション粒子同士の衝突を確率的にシミュレーションする[12]. まず, 格子内のシミュレーション粒子の番号をランダムに並べ替え, 先頭から二つずつ番号をとり, 次にそれらが衝突するかどうかを次式で定める確率  $P_c$  に従って判定する.

$$P_c = \max(\xi_j, \xi_k) K(r_j, r_k) \frac{\Delta t}{\Delta V} (n_s - 1)$$

ここで,  $\xi_j, \xi_k$  と  $r_j, r_k$  はそれぞれ  $j$  番目と  $k$  番目のシミュレーション粒子の水滴の個数と半径を表し,  $\Delta t$  はタイムステップ,  $\Delta V$  は格子の体積,  $n_s$  は格子中のシミュレーション粒子の個数であり,  $K$  は半径  $r_j, r_k$  からなる二つの水滴の衝突カーネル関数である. さらに, 衝突すると判定された場合, 衝突の結果片側のシミュレーション粒子がもう片側のシミュレーション粒子に吸収されて半径が増大するか, あるいは, 半径が同じ二つのシミュレーション粒子となるかを決定する. 詳細は文献[12]を参照されたい.

## 7. シミュレーションパイプライン

シミュレーションでは, 4,5,6 節で説明した三つのブロック, すなわち,

- 1) 格子ベースの大気モデル
- 2) 水滴の凝結・蒸発・移動
- 3) 水滴の衝突

を並行して行う. ブロック 1 は, 圧縮性の大気モデルを安定してとくために, タイムステップを大きくできない. 一方, 文献[12]によれば, 水滴の衝突は大きなタイムステップで処理しても問題ない. これらの点を考慮して, 各ブロックのタイムステップは, 1)0.04 秒程度, 2)0.4 秒程度, 3)4.0 秒程度とした.

ブロック 1 と 2 の処理は, 各格子または各シミュ

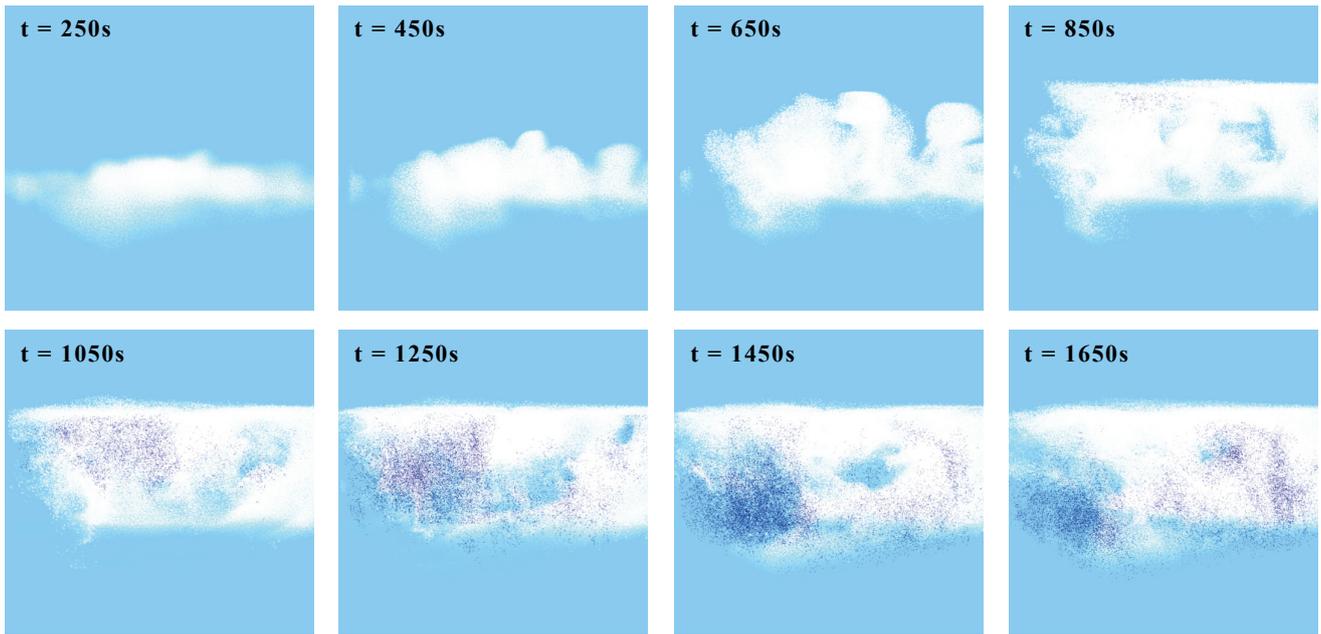


図 2 積雲の形成と降雨.

レーション粒子の処理を簡単に並列化できる．近年では，GPU の処理性能は CPU より優れているため，これらのブロックは GPU を用いて処理した．一方，ブロック 3 の処理は複雑であり，CPU を用いる実装のほうが容易である．また他の二つのブロックと比較してタイムステップが一桁以上大きく，CPU への呼び戻しにかかる時間も許容できる．

## 8. 実験例

実験例について説明する．実験に使用した計算機は，Intel Core2 Extreme QX9650 の CPU と NVIDIA GeForce GTX 295 を搭載した PC である．

### 積雲からの降雨(三次元)

水平方向 10km，奥行き方向 10km，鉛直方向 5km のシミュレーション領域を設定し，積雲の形成及び降雨のシミュレーションを行った．格子の初期条件を次に示す．地表面の温度は 305K，高度 3km までは 6.5K/km の割合で減少し，高度 3km~5km は，1.5K/km の割合で減少するように設定した．地表面の圧力は 1013hPa とした．風は水平方向に平行に吹くように設定し，地表面から高度 5km までの間で，風速が 5m から 15m まで線形に変化するように設定した．湿度は 50% とし，地表面付近にさらにランダムに水蒸気量を加えた．境界条件は，水平方向と奥行き方向については周期境界条件，地表面と高度 5km では初期条件に固定した．シミュレーション領域の解像度は  $192 \times 96 \times 192$  とした．また，空間中に一様に百万個のシミュレーション粒子を配置し，各シミュレーション粒子が代表する水滴の個数が大気の初期密度に比例するようにし，地上で  $10^7/m^3$  個と

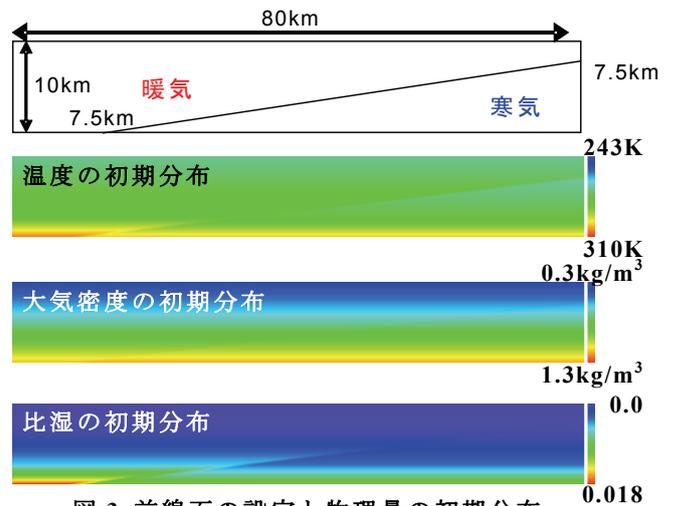


図 3 前線面の設定と物理量の初期分布.

なるように定めた．各水滴の大きさは平均  $3\mu m$  となるように，指数分布に応じてランダムに定めた．実験結果を図 2 に示す．1mm 以上の大きな水滴(雨滴)を紺色で示した．

### 前線面での降雨(二次元)

水平方向 80km，鉛直方向 10km のシミュレーション領域を設定し，前線面での雲の形成及び降雨のシミュレーションを行った．図 3 に示すように前線面を設定し，左側が暖気，右側が寒気となるように設定した．格子の初期条件の具体的な数値を以下に示す．地表面の温度は暖気側が 305K，寒気側が 300K，それぞれ高度 2500m までは 9.5K/km，それ以上は 1.5K/km の割合で減少するように設定した．地表面の圧力は 1013hPa とした．風は水平方向に前線面に沿って吹くように設定し，地表では風速 12m，上空

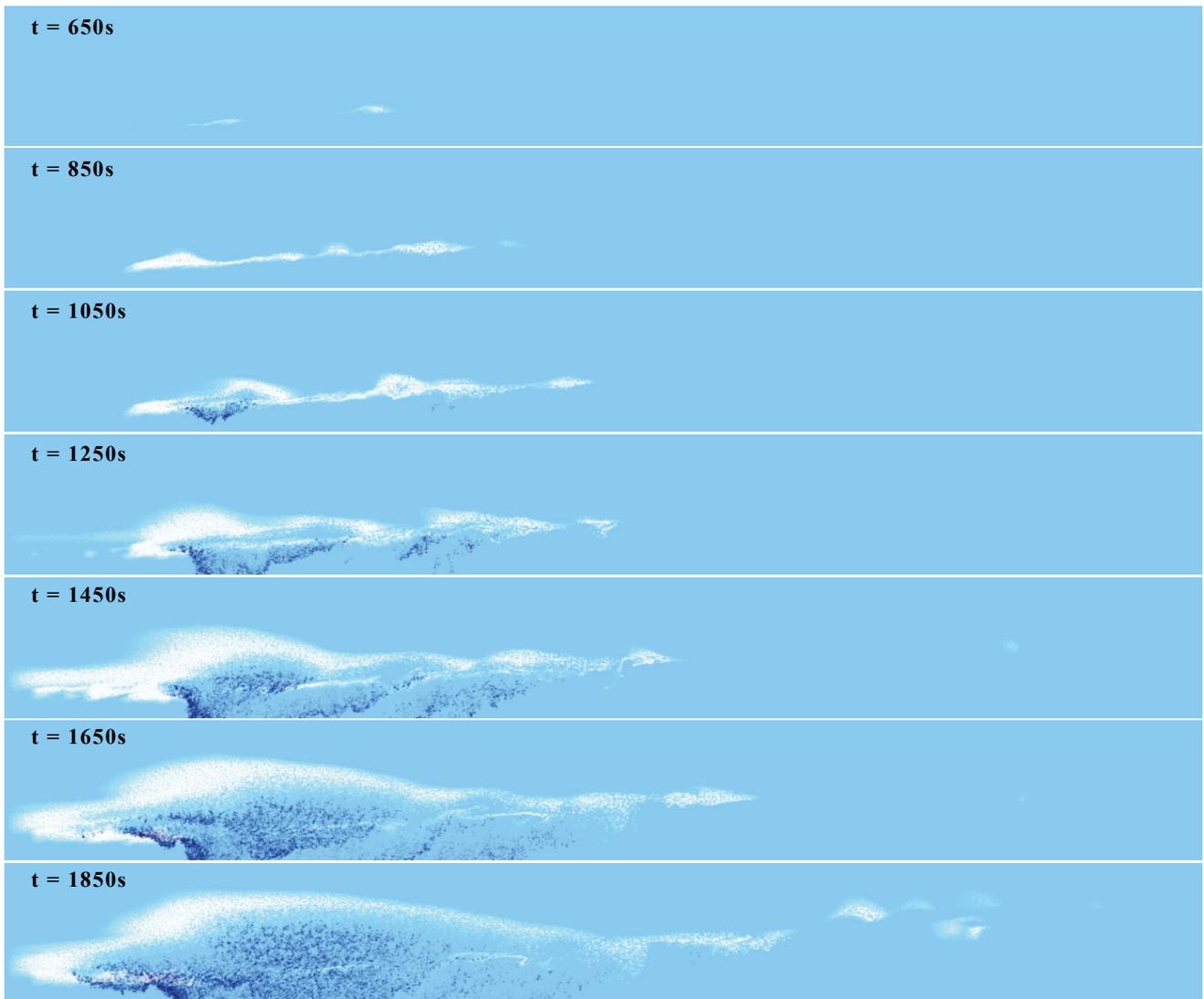


図 4 前線面での降雨.

では 30m となるように設定した.湿度は暖気側 60%, 寒気側 40%とした. なお, 境界条件は, 左右は自由境界, 地表面と高度 10km では初期条件に固定した.

シミュレーション領域の解像度は 512(水平方向)×256(鉛直方向), 初期状態で 64 万個のシミュレーション粒子を配置し, 各シミュレーション粒子が代表する水滴の個数および半径は, 積雲からの降雨の実験と同様にした.

図 4 に示したように, 前線面に沿って雲が発達し, 降雨する様子がシミュレーションできている. 1mm 以上の大きな水滴(雨滴)を紺色で示した. 1250s における大気密度の分布, 温度分布, 比湿分布, 水滴の大きさの分布を図 5 に示す.

#### 降雨の効果について

降雨の効果を示すため次の三つの場合を比較した.

- 1) 本手法を用いて降雨をシミュレーションした場合(図 6 (a)).
- 2) 本手法において, 衝突過程を無視することに

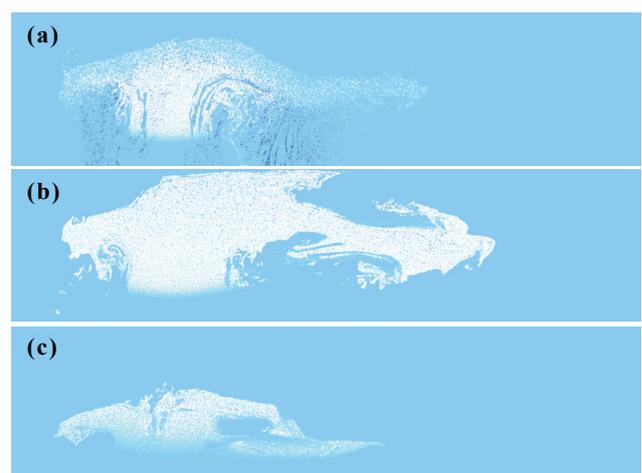


図 6 降雨の効果に関する比較実験.

より, 降雨の効果をおフにした場合(図 6 (b)).

- 3) 降雨のかわりに, 雲を一定の割合で減らした場合(図 6 (c)).

2)では, 降雨が起こらないことにより, 領域全体に

厚い雲が広がってしまっている。3)では、2)に比べて雲の量は少ないが、全体的に薄くなってしまっている。1)では、衝突過程により1mm以上の大きな水滴(雨滴、紺色)が生成され、降雨が起こっている。雲が厚い部分と薄い部分が存在し、より現実の雲の分布に近いと考えられる。

## 9. まとめと今後の課題

本稿では、気象学で知られている雲微物理を利用することにより、降雨を伴う雲形成のシミュレーション法を述べた。実験では、積雲の形成及び降雨、前線面での雲の形成及び降雨の様子を示した。

今後は、まず前線面での雨雲形成を三次元に拡張し、次にレイリー散乱およびミー散乱を考慮してレンダリングすることが目標となる。レイリー散乱およびミー散乱の係数は、大気密度分布・水蒸気分布・水滴の半径や個数に応じて変化するので、本稿で述べたシミュレーション手法で得られる分布に基づいてレンダリングすることにより、写実的なレンダリング結果が得られると期待される。

## 謝辞

本研究の一部は、特別研究員奨励費(20・7968)の助成による。

## 参考文献

- [1] 高橋 勲, “雲の物理:雲粒形成から雲運動まで,” 東京堂出版, 1987.  
 [2] 水野 量, “雲と雨の気象学(応用気象学シリーズ),” 朝倉書店, 2000.

- [3] 二宮 洗三, “気象がわかる数と式,” オーム社, 2000.  
 [4] J.T. Kajjya, B.P.V. Herzen, “Ray tracing volume densities,” Proc. SIGGRAPH'84, pp.165-174, 1984.  
 [5] Y. Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, T. Nishita, “A simple, efficient method for realistic animation of clouds,” Proc. SIGGRAPH'00, pp.19-29, 2000.  
 [6] R. Miyazaki, S. Yoshida, T. Nishita, Y. Dobashi, “A method for modeling clouds based on atmospheric fluid dynamics,” Proc. PG'01, pp.363-372, 2001.  
 [7] R. Miyazaki, T. Nishita, Y. Dobashi, “Simulation of cumuliiform clouds based on computational fluid dynamics,” Proc. EG'02 Short Presentations, pp.405-410, 2002.  
 [8] M.J. Harris, W.V. Baxter, T. Scheuemann, A. Lastra, “Simulation of cloud dynamics on graphics hardware,” In Proc. Graphics Hardware 2003, pp.92-101, 2003.  
 [9] E. Kessler, “On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulations”, Meteor. Monogr, 10, pp.1-84, 1969.  
 [10] E.X. Berry, “Cloud droplet growth by collection,” J. Atmos. Sci, 24, pp.688-701, 1967  
 [11] D.T. Gillespie, “The stochastic coalescence model for cloud droplet growth,” J. Atmos. Sci, 29, pp.1496-1510, 1972.  
 [12] S. Shima, K. Kusuno, A. Kawano, T. Sugiyama, S. Kawahara, “Super-Droplet Method for the Numerical Simulation of Clouds and Precipitation: a Particle-Based Microphysics Model Coupled with Non-hydrostatic Model,” arXiv: physics/0701103

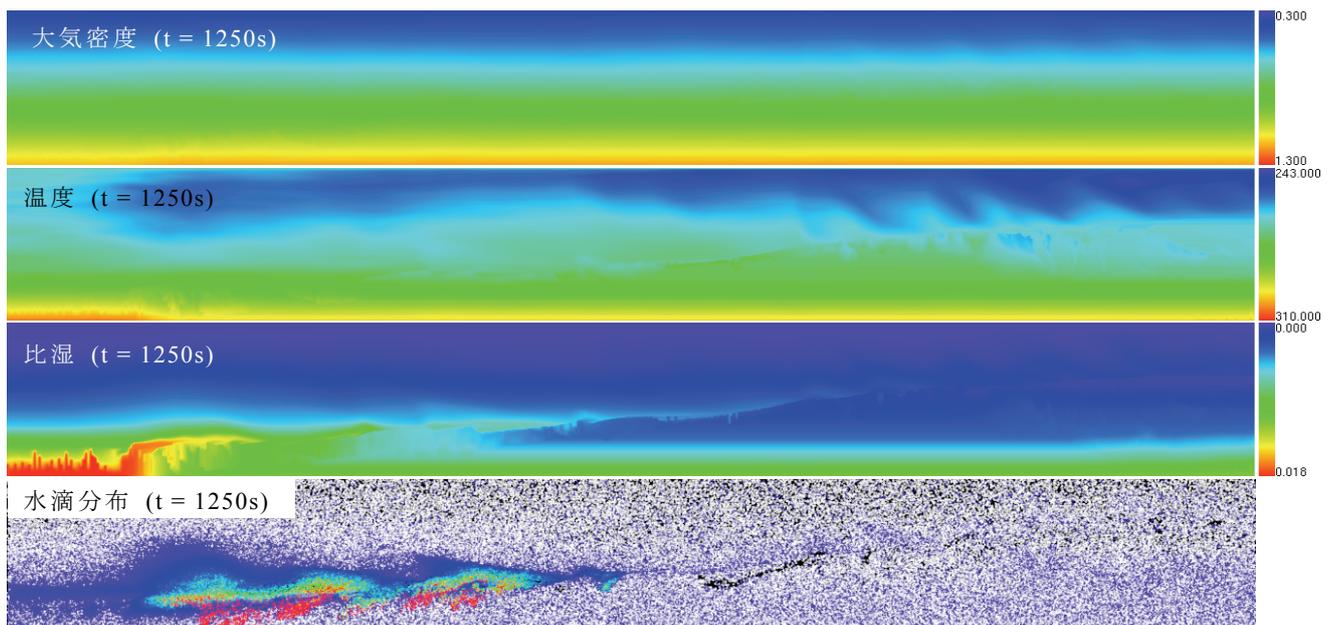


図5 物理量の分布。水滴分布は、各シミュレーション粒子の水滴の大きさを表す。白色はエアロゾルのみからなるシミュレーション粒子。青(5.0 μm)から赤(0.5mm以上)に向かうにしたがって大きな水滴を表す。